广东财经大学硕士研究生入学考试试卷

考试年度 2023 考试科目代码及名称 808-高等代数(自命题)

适用专业 070100 数学

[友情提醒：请在考点提供的专用答题纸上答题，答在本卷或草稿纸上无效！]

--------------------------------------------------------------------

1. **计算题（6题，每题5分，共30分）**
2. 试求7次多项式$f(x)$使得$f\left(x\right)+1$被$ (x−1)^{4}$整除，而$f\left(x\right)−1$被$(x+1)^{4}$整除.
3. 计算行列式 .

3、设$f(x)=x^{100}+x^{99}+\cdots +x+1,$ $A=\left(\begin{matrix}1&0&0\\0&0&1\\0&0&0\end{matrix}\right),$ 求$f(A)$和$f(A)^{−1}.$

4、二次型 $f\left(x\_{1},x\_{2}\right)=x^{T}Ax$经正交变换 $x=Qy$化为标准形 $y\_{1}^{2}+3y\_{2}^{2}.$ 若$Q$的第一列是$\left[\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right]^{T}$,求$Q$.

5、解矩阵方程 .

6、求方程组  的一般解.

1. **解答题（3题，每题15分，共45分）**
2. 设向量空间V的线性变换在基下的矩阵为，问能否对角化? 如果可以，求出可逆矩阵，使为对角矩阵.
3. 设A,B均为n阶矩阵，且AB=A+B，则

(1)A-E与B-E均可逆；(2)AB=BA；(3)当时，求B.

3、设$A$为数域上维线性空间的线性变换，满足$A^{2}=A$. 求$A$的特征值，并说明$A$可对角化.

1. **证明题（5题，每题15分，共75分）**

1、设分别是和矩阵. 证明：

 .

2、设A, B为n阶方阵，则 (1) $\left(AB\right)^{∗}=B^{∗}A^{∗}$; (2) 若$n\geq 2，\left(A^{T}\right)^{∗}=\left(A^{∗}\right)^{T}$.

3、设是n阶方阵，若存在n维列向量和正整数*k*，使得，证明：向量组线性无关.

4、设是一个实二次型，若有实维向量使

.

证明：必存在实维向量使.

5、 设V是数域F上的向量空间，也是F上的向量空间.证明：(1)V是无限维时，U也是无限维的；(2)当V为n维时，求U的维数和一组基.